2021军队文职笔试
考前30分

《数学1》

华图教育部队事业部文职研究院编制

目 录

第一部分　应试必知

理工学类—数学 1 科目考试主要为院校、科研单位、工程技术部门从事基础研究、应用研究和教学文职人员岗位者设置，测查内容主要包括高等数学、线性代数、概率论与数理统计等。

试题类型为客观性试题，且均为单选题（共 70 题）。

考试时间为 120 分钟，试卷分值为 100 分。各位考生注意把握好时间，做好答题、检查与填涂答题卡的时间分配。

第二部分　笔试点睛

一、高等数学

考点一：常用函数

复合函数：设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 Z_φ，若集合 D_f 与 Z_φ 的交集非空，称函数 $y=f[\varphi(x)]$ 为函数 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数，u 为中间变量.

初等函数：由基本初等函数经过有限次的加、减、乘、除和复合所得到并且能用一个解析式表示的函数.

分段函数：若一个函数在其定义域的不同部分要用不同的式子表示其对应法则，则称其为一个分段函数. 如 $f(x)=\begin{cases}\varphi(x), a<x<b\\ \psi(x), c<x<d\end{cases}$ 即为分段函数.

考点二：常用极限

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$；$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$；$\lim\limits_{n\to\infty}q^n=0,|q|<1$；$\lim\limits_{n\to\infty}q^n=\infty,|q|>1$；$\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$；

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$；$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (a>0)$；$\lim\limits_{x\to 0^+} x^x = 1$；$\lim\limits_{x\to+\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$；

$\lim\limits_{x\to-\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$.

考点三：夹逼定理

若 $g(x)\le f(x)\le h(x)$，且 $\lim\limits_{x\to\square} g(x) = \lim\limits_{x\to\square} h(x) = A \Rightarrow \lim\limits_{x\to\square} f(x) = A$.

考点四：区间可导与导函数的概念

如果 $y=f(x)$ 在 (a,b) 的每一点都可导，称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内可导，其中 $f'(x)$ 为导函数. 如果 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内可导且在 a 点右可导，在 b 点左可导，则称 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 可导，其中 $f'(x)$ 为导函数。

考点五：基本求导公式

（1）$y=c$（常数）$y'=0$（2）$y=x^\alpha$（α 为常数），$y'=\alpha x^{\alpha-1}$

（3）$y=a^x$，$y'=a^x\ln a$，特例 $(e^x)'=e^x$

（4）$y=\log_a^x (a>0,\ a\ne 1)$，$y'=\frac{1}{x\ln a}$，$(\ln x)'=\frac{1}{x}$

（5）$y=\sin x$，$y'=\cos x$（6）$y=\cos x$，$y'=-\sin x$

（7）$y=\tan x$，$y'=\frac{1}{\cos^2 x}$（8）$y=\cot x$，$y'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

（9）$y=\sec x$，$y'=\sec x\tan x$（10）$y=\csc x$，$y'=-\csc x\cot x$

（11）$y=\arcsin x$，$y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$（12）$y=\arccos x$，$y'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

（13）$y=\arctan x$，$y'=\frac{1}{1+x^2}$（14）$y=arc\cot x$，$y'=-\frac{1}{1+x^2}$。

考点六：基本微分公式与微分法则

(1) $d\left[f(x)+g(x)\right]=df(x)+dg(x)$.

(2) $d\left[f(x)g(x)\right]=g(x)df(x)+f(x)dg(x)$.

(3) $d\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]=\dfrac{g(x)df(x)-f(x)dg(x)}{g^2(x)}(g(x)\neq 0)$.

考点七：第一换元法（凑微分法）

设 $f(u)$ 具有原函数 $F(u)$，$u=\varphi(x)$ 存在连续导数，则有换元公式。$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx=F(u)+C=F\left[\varphi(x)\right]+C$.

考点八：二重积分的性质

（1）$\iint\limits_D[\alpha f(x,y)\pm\beta g(x,y)]d\sigma=\alpha\iint\limits_D f(x,y)d\sigma\pm\beta\iint\limits_D g(x,y)d\sigma,$ α,β 任意常数.

（2）若区域 D 分为两个部分区域 D_1,D_2，则

$$\iint\limits_D f(x,y)d\sigma=\iint\limits_{D_1}f(x,y)d\sigma+\iint\limits_{D_2}f(x,y)d\sigma$$

（3）若在 D 上，$f(x,y)\equiv 1$，σ 为区域 D 的面积，则 $\sigma=\iint\limits_D d\sigma$

（4）若在 D 上 $f(x,y)\le g(x,y),$ 则有 $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma\le\iint\limits_D g(x,y)d\sigma$。

特殊地 $\left|\iint\limits_D f(x,y)d\sigma\right|\le\iint\limits_D|f(x,y)|d\sigma.$。

二、线性代数

考点一：行列式的展开定理

1. 余子式与代数余子式：$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$，其中 M_{ij} 是 D 中去掉 a_{ij} 所在的第 i 行第 j 列全部元素后，按原顺序排成的 $n-1$ 阶行列式，称为元素 a_{ij} 的余子式，A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

2. 行列式的展开定理：行列式对任一行按下式展开，其值相等，即 $D=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\dots+a_{in}A_{in}$。

考点二：克莱姆法则

n 个未知量 n 个方程的线性方程组，在系数行列式不等于零时的方程组解法。

考点三：矩阵的运算

1.矩阵的线性运算：加法

设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 和 $B=(b_{ij})_{m\times n}$，规定

$$A+B=(a_{ij}+b_{ij})=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$ 。

并称 $A+B$ 为 A 与 B 之和.

2．矩阵的数量乘法(简称数乘)：设 k 是数域 R 中的任意一个数，$A=(a_{ij})_{m\times n}$，规定

$$kA=(ka_{ij})=\begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & a_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$ 。并称这个矩阵为 k 与 A 的数量乘积.

3.矩阵的乘法，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1s} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2s} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{ns} \end{pmatrix},$$ 则 A 与 B 之乘积 AB （记作 $C=(c_{ij})$）是一个 $m\times s$ 矩阵，且 $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\ldots a_{in}b_{nj}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$ 。即矩阵 $C=AB$ 的第 i 行第 j 列元素 c_{ij} 是 A 的第 i 行 n 个元素与 B 的第 j 列相应的 n 个元素分别相乘的乘积之和.

三、概率论与数理统计

考点一：随机试验

具有以下特点的试验称为随机试验

（1）可以在相同的条件下重复地进行；

（2）每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果；

（3）进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

考点二：样本空间Ω：

随机试验的所有可能结果组成的集合称为样本空间.

考点三：样本点 e：

样本空间的元素，即随机试验的每一可能结果称为样本点.

考点四：事件的运算律

（1）交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$.

（2）结合律：$A\cup\left(B\cup C\right)=\left(A\cup B\right)\cup C$；$\left(A\cap B\right)\cap C=A\cap\left(B\cap C\right)$.

（3）分配律：$A\cup\left(B\cap C\right)=\left(A\cup B\right)\cup\left(A\cup C\right)$.

（4）德摩根律（对偶律）：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

考点五：概率的性质

1）非负性：$\forall A\subseteq\Omega,0\le P\left(A\right)\le 1$

2）规范性：$P\left(\varnothing\right)=0,P\left(\Omega\right)=1$

3）有限可加性：设$A_1,A_2,\ldots,A_n$是两两互不相容的事件，即对于$A_iA_j=\varnothing,i\ne j$，$i,j=1,2,\ldots$，则有$P\left(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)+\ldots+P\left(A_n\right)$。

4）逆事件的概率　对于任一事件 A，有$P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$

考点六：常用公式

1）减法公式：设A,B是任意两个事件，则有$P\left(A-B\right)=P\left(A\right)-P\left(AB\right)$.

若$B\subset A$，则有$P\left(A-B\right)=P\left(A\right)-P\left(B\right)$，$P\left(B\right)\le P\left(A\right)$。

2）加法公式：对于任意两随机事件 A,B 有：$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

对于 3 个事件的概率加法公式：

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$$

3）贝叶斯公式（逆概率公式）

$B_1,B_2,\ldots,B_n$ 是完备事件组，$P(A)>0,P(B_i)>0,i=1,2,\ldots,n$，则

$$P(B_j\mid A)=\frac{P(B_j)P(A\mid B_j)}{\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)}\quad (j=1,2,\ldots,n).$$

若事件 A,B 相互独立，则 A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立.

三个事件的独立性　设 A,B,C 是三个事件，如果满足等式

$$\left.\begin{aligned}P(AB)&=P(A)P(B)\\P(AC)&=P(A)P(C)\\P(BC)&=P(B)P(C)\\P(ABC)&=P(A)P(B)P(C)\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

A,B,C 相互独立.

4）二项概率公式：设在每次试验中，事件 A 发生的概率 $P(A)=p(0<p<1)$，则在 n 重伯努利试验中，事件 A 发生 k 次的概率为 $B_k(n,p)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\ (k=0,1,2,\ldots,n)$

考点七：切比雪夫大数定律（一般情形）

设 $X_1,X_2,\cdots X_n,\cdots$ 是由两两不相关（或两两独立）的随机变量所构成的序列，分别具有数学期望 $E(X_1),E(X_2)\cdots,E(X_n),\cdots$ 和方差 $D(X_1),D(X_2)\cdots,D(X_n),\cdots$，并且方差有公共上界，即存在正数 M，使得 $D(X_n)\le M,n=1,2,\cdots,$ 则对于任意给定的正数 ε，总有 $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}EX_k\right|<\varepsilon\right\}=1$.

考点八：棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理

设随机变量 X_n 服从参数为 n和p 的二项分布，即 $X_n\sim B(n,p)(0<p<1,n=1,2,\cdots)$，

则对于任意实数 x ，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le x\right\} = \Phi(x)$$

.

考点九：典型模式

设随机变量 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 相互独立，都服从标准正态分布 $N(0,1)$ ，则随机变量 $\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$ 服从自由度为 n 的 χ^2 分布，记作 $\chi^2 \sim \chi^2(n)$.

$\chi^2(n)$ 分布的概率密度为：

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}, x>0,\\ 0, \qquad x\le 0.\end{cases}$$

第三部分　高频习题

1. 函数 f(x)＝ln(x^2－x)的定义域为(　　)。

A. (0，1)

B. [0，1]

C. (－∞，0)∪(1，＋∞)

D. (－∞，0]∪[1，＋∞)

【答案】C

【解析】要使 f(x)＝ln(x^2－x)有意义，只需x^2－x＞0，解得 x＞1 或 x＜0.

∴函数 f(x)的定义域为(－∞，0)∪(1，＋∞).

2.若 f(x)＝ln x－$\frac{x}{e}$，e＜a＜b，则(　　)。

A. f(a)＞f(b)

B. f(a)＝f(b)

C. f(a)＜f(b)

D. f(a)f(b)＞1

【答案】A

【解析】f′(x)＝$\frac{1}{x}-\frac{1}{e}$，当 x＞e 时，f′(x)＜0，则 f(x)在(e，＋∞)上为减函数，f(a)＞f(b).

3. 函数 $y=\frac{\ln x}{x}$ 的导数是（　　）。

A. $\frac{1-\ln x}{x}$

B. $\frac{1-\ln x}{x^2}$

C. $\frac{1-\ln x^2}{x^2}$

D. $\frac{1-\ln x^2}{x}$

【答案】B

【解析】

$y'=\frac{\frac{1}{x}x-\ln x}{x^2}$

$=\frac{1-\ln x}{x^2}$，故选 B。

4. 求$y=\sqrt{x\sqrt{x}}$在（1, 1）处的切线方程（　　）。

A. $y=\frac{3}{4}x$

B. $y=\frac{1}{4}$

C. $y=\frac{3}{4}x+1$

D. $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】$y=x^{\frac{3}{4}}$，$y=\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$，$y^{'}(1)=k=\frac{3}{4}$，切线方程为$y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$。

5. 求极限$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}arctan\frac{1}{x}=$（　　）。

A. $\frac{1}{2}$

B. 0

C. $\frac{1}{4}$

D. 2

【答案】B

【解析】本题可应用等价无穷小替换求极限。

因为$arctan\frac{1}{x}\sim\frac{1}{x}(x\to\infty)$

所以$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}arctan\frac{1}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}\cdot\frac{1}{x})=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}=0$

6. 已知向量$\vec{a}=(-5,6)$，$\vec{b}=(6,5)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$（　　）。

A. 垂直

B. 不垂直也不平行

C. 平行且同向

D. 平行且反向

【答案】A

【解析】已知向量$\vec{a}=(-5,6)$，$\vec{b}=(6,5)$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-30+30=0$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直，选 A。

7. 函数$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{\sqrt{2-e^{xy}}-1}$的极限为（　　）。

A. -4

B. -3

C. -2

D. -1

【答案】C

【解析】

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{\sqrt{2-e^{xy}}-1}=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{1-e^{xy}}(\sqrt{2-e^{xy}}+1)$$

$$=2\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{1-e^{xy}}\xlongequal{令xy=u}2\lim_{u\to0}\frac{u}{-u}=-2$$，故选 C。

8. 若有函数$z=e^{-(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})}$，则$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}$的值为（　　）。

A. $-2z$

B. $-z$

C. z

D. $2z$

【答案】D

【解析】因为 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{x^2}e^{-(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})},\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{1}{y^2}e^{-(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})}$

所以：

$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=2e^{-(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})}=2z$，故选 D。

9. 若有函数 $z=xy+\frac{x}{y}$，则其对应的全微分 dz 为（　　）。

A. $(y-\frac{1}{y})\ dx+(x+\frac{x}{y^2})dy$

B. $(y+\frac{1}{y})\ dx+(x-\frac{x}{y^2})dy$

C. $(y-\frac{1}{y})\ dx-(x+\frac{x}{y^2})dy$

D. $(y+\frac{1}{y})\ dx-(x-\frac{x}{y^2})dy$

【答案】B

【解析】因为：

$\frac{\partial z}{\partial x}=y+\frac{1}{y},\frac{\partial z}{\partial y}=x-\frac{x}{y^2}$

所以：

$dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=(y+\frac{1}{y})\ dx+(x-\frac{x}{y^2})dy$，故选 B。

10. 求一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx}+y\cot x=5e^{\cos x}$ 满足初始条件 $y|_{x=\frac{\pi}{2}}=-4$ 时的特解是：（　　）。

A. $y\sin x+5e^{\cos x}=1$

B. $y\cos x+5e^{\cos x}=1$

C. $y\cos x+5e^{\cos x}=0$

D. $y\sin x+5e^{\cos x}=0$

【答案】A

【解析】

$$y=e^{-\int\cot xdx}(\int 5e^{\cos x}e^{\int\cot xdx}dx+C)$$
$$=\frac{1}{\sin x}(\int 5e^{\cos x}\bullet\sin xdx+C)$$
$$=\frac{1}{\sin x}(-5e^{\cos x}+C)$$

带入初始条件 $x=\frac{\pi}{2},y=-4$，解得 C=1，于是所求特解为 $y=\frac{1-5e^{\cos x}}{\sin x}$，

即为 $y\sin x+5e^{\cos x}=1$，故选 A。

11.伯努利方程 $\frac{dy}{dx}+\frac{1}{3}y=\frac{1}{3}(1-2x)y^4$ 的通解是：（　　）。

A. $y^3=2x+1+Ce^x$

B. $y^{-3}=2x+1+Ce^x$

C. $y^{-3}=-2x-1+Ce^x$

D. $y^3=-2x-1+Ce^x$

【答案】C

【解析】将原方称该写成 $y^{-4}y'+\frac{1}{3}y^{-3}=\frac{1}{3}(1-2x)$，并令 $z=y^{-3}$，则 $z'=-3y^{-4}y'$，

于是原方程化为 $z'-z=1-2x$

$$z=e^{\int dx}[\int(1-2x)e^{-\int dx}dx+C]$$
$$=e^x[\int(1-2x)e^{-x}dx+C]$$
$$=e^x[(-2x-1)e^{-x}dx+C]$$
$$=-2x-1+Ce^x$$

即 $y^{-3}=-2x-1+Ce^x$ 为所求通解，故选 C。

12. 二阶微分方程 $y''=x+\sin x$ 的通解是：（　　）。

A. $y=\dfrac{x^3}{6}-\sin x+C_1x+C_2$

B. $y=\dfrac{x^3}{6}+\sin x+C_1x+C_2$

C. $y=\dfrac{x^3}{2}+\sin x+C_1x+C_2$

D. $y=\dfrac{x^3}{5}+\sin x+C_1x+C_2$

【答案】A

【解析】

$y'=\int(x+\sin x)dx=\dfrac{x^2}{2}-\cos x+C_1,$

$y=\int(\dfrac{x^2}{2}-\cos x+C_1)dx=\dfrac{x^3}{6}-\sin x+C_1x+C_2$，故选 A。

13. 若曲线 $y=x^3$ 在点 P 处的切线的斜率为 3，则点 P 的坐标为(　　)。

A. (－1，1)

B. (－1，－1)

C. (1，1)或(－1，－1)

D. (1，－1)

【答案】C

【解析】$y'=3x^2=3$. ∴$x=\pm1$. 当 $x=1$ 时，$y=1$，当 $x=-1$ 时，$y=-1$.

14. 设曲线 $y=x^{n+1}$ ($x\in R*$)在点(1,1)处的切线与 x 轴的交点横坐标为x_n，令 $a_n=\lg x_n$，则 $a1+a2+\cdots+a99$ 的值为（　　）。

A. －2

B. 2

C. 3

D. -3

【答案】A

【解析】由题意可得，$y'(1)=n+1$，则所求切线方程为 $y=(n+1)x-n$，令 $y=0$，得 $x_n=\dfrac{n}{n+1}$.

由对数运算法则可知 a1＋a2＋a3＋…＋a99＝lg(x・x_2・…・x_{99})＝lg$\frac{1}{100}$＝－2.

15. 积分 $\int_0^a dx\int_0^x \sqrt{x^2+y^2}dy$ 的值是（　　）。

A. $\frac{a^3}{6}[\sqrt{2}+\ln(\sqrt{2}+1)]$

B. $\frac{a^3}{6}[\sqrt{3}+\ln(\sqrt{2}+1)]$

C. $\frac{a^3}{6}[\sqrt{3}+\ln(\sqrt{3}+1)]$

D. $\frac{a^3}{6}[\sqrt{3}-\ln(\sqrt{3}-1)]$

【答案】A

【解析】在极坐标系中：

$D=\{(\rho,\theta)\ |0\le\rho\le a\sec\theta,0\le\theta\le\frac{\pi}{4}\}$,

于是：

$$原式=\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^{a\sec\theta}\rho\bullet\rho d\rho$$

$$=\frac{a^3}{3}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sec^3\theta d\theta$$

$$=\frac{a^3}{6}[\sec\theta\tan\theta+\ln(\sec\theta+\tan\theta)]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{a^3}{6}[\sqrt{2}+\ln(\sqrt{2}+1)]$$

，故选 A。

16. 向量组

$\alpha_1^T=(1,\ \ -1,\ \ 0,\ \ 0)$, $\alpha_2^T=(-1,\ \ 2,\ \ 1,\ \ -1)$,

$\alpha_3^T=(0,\ \ 1,\ \ 1,\ \ -1)$, $\alpha_4^T=(-1,\ \ 3,\ \ 2,\ \ 1)$,

$\alpha_5^T=(-2,\ \ 6,\ \ 4,\ \ 1)$ 的秩为（　　）。

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】B

【解析】作矩阵 $A=(\alpha_1\quad\alpha_2\quad\alpha_3\quad\alpha_4\quad\alpha_5)$，再进行初等行变换，化为阶梯型。

$A=(\alpha_1\quad\alpha_2\quad\alpha_3\quad\alpha_4\quad\alpha_5)$

$$=\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\-1&2&1&3&6\\0&1&1&2&4\\0&-1&-1&1&1\end{pmatrix}\overset{r_2+r_1}{\sim}\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\0&1&1&2&4\\0&1&1&2&4\\0&-1&-1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\overset{\substack{r_3+(-1)r_2\\r_4+r_2}}{\sim}\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\0&1&1&2&4\\0&0&0&0&0\\0&0&0&3&5\end{pmatrix}\overset{r_4\leftrightarrow r_3}{\sim}\begin{pmatrix}1&-1&0&-1&-2\\0&1&1&2&4\\0&0&0&3&5\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

$A=(\alpha_1\quad\alpha_2\quad\alpha_3\quad\alpha_4\quad\alpha_5)$ 的秩为 3。

故本题选 B。

17. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则 $(A+3E)^{-1}(A^2-9E)$ =（　　）。

A. $\begin{pmatrix}-2&0&0\\0&-1&0\\1&0&-2\end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix}-2&0&1\\0&-1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}2&0&1\\0&-1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix}2&0&0\\0&-1&0\\1&0&-2\end{pmatrix}$

【答案】B

【解析】$(A+3E)^{-1}(A^2-9E)$

$$=(A+3E)^{-1}(A+3E)(A-3E)$$
$$=A-3E$$
$$=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}-2&0&1\\0&-1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$$

故本题选 B。

18. $A=\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix}$，则 $A^{10}=$（　　）。

A. $\begin{pmatrix}3^{10}+1&3^{10}-1\\3^{10}-1&3^{10}+1\end{pmatrix}$

B. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3^{10}+1&3^{10}-1\\3^{10}-1&3^{10}+1\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}3^{11}+1&3^{11}-1\\3^{11}-1&3^{10}+1\end{pmatrix}$

D. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3^{11}+1&3^{11}-1\\3^{11}-1&3^{10}+1\end{pmatrix}$

【答案】B

【解析】易得 A 有两个互异特征值 $\lambda_1=-1,\lambda_2=3$，

对 $\lambda_1=-1$，解齐次线性方程组 $(-E-A)\vec{x}=\vec{0}$，得基础解系 $\xi_1=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$，

对 $\lambda_2=3$，解齐次线性方程组 $(3E-A)\vec{x}=\vec{0}$，得基础解系 $\xi_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$，

取 $P=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}$，得 $P^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\end{pmatrix}$，则 $A=P\Delta P^{-1}$，从而

$$A^{10}=\underbrace{(P\Delta P^{-1})(P\Delta P^{-1})\cdots(P\Delta P^{-1})}_{10个}=P\Delta^{10}P^{-1}$$

$$=P\begin{pmatrix}1&0\\0&3^{10}\end{pmatrix}P^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3^{10}+1&3^{10}-1\\3^{10}-1&3^{10}+1\end{pmatrix}$$

故本题选 B。

19. 设向量 $\alpha_1=(1,3,-1,0)'$，$\alpha_2=(3,1,2,-3)'$，与这两个向量都正交的所有向量可表示为（　　）。（其中 k_1,k_2 为任意常数）

A. $k_1(7,5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$

B. $k_1(-7,-5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$

C. $k_1(-7,5,8,0)'+k_2(-9,3,0,8)'$

D. $k_1(-7,5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$

【答案】D

【解析】设向量 $\vec{x}=(x_1,x_2,x_3,x_4)'$ 与 α_1,α_2 都正交，即有 $(\alpha_1,\vec{x})=0,(\alpha_2,\vec{x})=0$，

故得齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+3x_2-x_3=0\\3x_1+x_2+2x_3-3x_4=0\end{cases}$。

对系数矩阵进行初等行变换，得 $A=\begin{pmatrix}1&3&-1&0\\3&1&2&-3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&\frac{7}{8}&-\frac{9}{8}\\0&1&-\frac{5}{8}&\frac{3}{8}\end{pmatrix}$

基础解系为 $\xi_1=(-7,5,8,0)',\xi_2=(9,-3,0,8)'$ 故 $\vec{x}=k_1(-7,5,8,0)'+k_2(9,-3,0,8)'$，$k_1,k_2$ 为任意常数。故本题选 D。

20. 若二阶实矩阵 A 的行列式 $|A|<0$，则 A（　　）。

A. 是正定矩阵

B. 可相似对角化

C. 是负定矩阵

D. 不可相似对角化

【答案】B

【解析】设 $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{pmatrix}$，则 A 的特征多项式为

$f(\lambda)=|\lambda E-A|=\lambda^2-(a_{11}+a_{22})\lambda+(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})$，

其中 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=|A|<0$ 又设 A 的两个特征根为 λ_1,λ_2，由韦达定理知

$\lambda_1\lambda_2=|A|<0$，故 λ_1,λ_2 异号，即二阶方阵 A 有两个互异的特征根，所以 A 与对角阵相似。A 不一定是正定矩阵，也不一定是负定矩阵。故本题选 B。

21. 设 A，B 是 n 阶正定矩阵，则 $A+B$ （　　）。

A. 不是实对称矩阵

B. 行列式的值可能为负数

C. 可能是负定矩阵

D. 正定矩阵

【答案】D

【解析】A，B 是 n 阶正定矩阵，则有 $A'=A, B'=B$，从而 $(A+B)'=A'+B'=A+B$，

即 $A+B$ 是实对称矩阵。又因 A，B 均是正定矩阵，故对任意 n 维向量 $\vec{x}\neq\vec{0}$，均有 $\vec{x}'A\vec{x}>\vec{0},\vec{x}'B\vec{x}>\vec{0}$，所以 $\vec{x}'(A+B)\vec{x}=\vec{x}'A\vec{x}+\vec{x}'B\vec{x}>\vec{0}$，即 $A+B$ 是正定矩阵。故本题选 D。

22. 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1),\alpha_2=(2,0,t,0),\alpha_3=(0,-4,5,-2)$ 的秩为 2，则 t =（　　）。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】由于矩阵 $A=\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&-1&1\\2&0&t&0\\0&-4&5&-2\end{bmatrix}$ 的一个二阶子式 $D=\begin{vmatrix}1&2\\2&0\end{vmatrix}\neq0$，矩阵 $A=\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{bmatrix}$ 的秩为 2，三阶子式 $\begin{vmatrix}1&2&-1\\2&0&t\\0&-4&5\end{vmatrix}=0$，可得 $4t-12=0$，则 $t=3$。故本题选 C。

23. 已知 $\vec{\xi}=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{bmatrix}$ 的一个特征向量，则参数 a,b 的值（　　）。

A. $a=-3,b=0$

B. $a=-3,b=1$

C. $a=3,b=0$

D. $a=3,b=-1$

【答案】A

【解析】设与$\vec{\xi}$对应的特征值为λ，则$(\lambda E-A)\vec{\xi}=\vec{0}$

$$(A-\lambda E)\vec{\xi}=\begin{bmatrix}2-\lambda & -1 & 2\\ 5 & a-\lambda & 3\\ -1 & b & -2-\lambda\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}=0$$

解得$\lambda=-1,a=-3,b=0$。

故本题选 A。

24. 设$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & a & 1\\ a & 1 & b\\ 1 & b & 1\end{pmatrix}$与$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$相似，则$a$、$b$的值分别为（　　）。

A. $a=1$，$b=0$

B. $a=1$，$b=-1$

C. $a=0$，$b=1$

D. $a=b=0$

【答案】D

【解析】由于$\boldsymbol{A}$的特征值与$\boldsymbol{\Lambda}$的特征值相同，为 0、1、2，因此

$$\begin{cases}|\boldsymbol{A}|=-(b-a)^2=0\times1\times2=0,\\ |\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}|=2ab=0,\end{cases}$$

得$a=b=0$

故本题选 D。

25. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)=(\lambda-1)x_1^2+\lambda x_2^2+(\lambda+1)x_3^2$，当满足（　　）时，是正定二次型。

A. $\lambda>-1$

B. $\lambda>0$

C. $\lambda>1$

D. $\lambda\geq 1$

【答案】C

【解析】对任何非零向量 x，实二次型 f(x)如果对任何 x≠0 都有 f(x)>0，则称 f 为正定二次型，观察式子，当$\lambda>1$时，f 为正定二次型，故答案选 C。

26.在总体$N(52,6.3^2)$中随机抽取一个容量为 36 的样本，样本均值$\bar{X}$落在 50.8 到 53.8 的概率为（　　）。

A. $\Phi(1.8)-\Phi(-1.2)$

B. $\Phi(\frac{12}{7})-\Phi(-\frac{8}{7})$

C. $2\Phi(1.8)-1$

D. $2\Phi(\frac{12}{7})-2\Phi(-\frac{8}{7})$

【答案】B

【解析】由于总体$X\sim N(52,6.3^2)$，故$\bar{X}\sim N(52,\frac{6.3^2}{36}),\frac{\sqrt{36}(\bar{X}-52)}{6.3}=\frac{6(\bar{X}-52)}{6.3}=\frac{\bar{X}-52}{1.05}$

$\sim N(0,1)$，

$$P\{50.8<\bar{X}<53.8\}=P\left\{\frac{50.8-52}{1.05}<\frac{\bar{X}-52}{1.05}<\frac{53.8-52}{1.05}\right\}=P\left\{-\frac{8}{7}<\frac{\bar{X}-52}{1.05}<\frac{12}{7}\right\}$$

$=\Phi(\frac{12}{7})-\Phi(-\frac{8}{7})$故本题选 B。

27. 设样本 $X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$Y=(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2$，CY 服从$\chi^2$分布，则 C 为（　　）。

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

【答案】D

【解析】$X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自正态总体 $N(0,1)$，则 $X_1+X_2+X_3\sim N(0,3)$，$X_4+X_5+X_6\sim N(0,3)$，$\frac{X_1+X_2+X_3}{\sqrt{3}}\sim N(0,1)$，$\frac{X_4+X_5+X_6}{\sqrt{3}}\sim N(0,1)$，$X_1+X_2+X_3$ 与 $X_4+X_5+X_6$ 相互独立，$\frac{(X_1+X_2+X_3)^2}{3}+\frac{(X_4+X_5+X_6)^2}{3}=\frac{1}{3}Y\sim\chi^2(2)$，所以 $C=\frac{1}{3}$，故本题选 D。

28. 设随机变量序列 $X_1,X_2\cdots X_n,\cdots$ 相互独立，则根据辛钦大数定理，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 依概率收敛其数学期望，只要 $\{X_n,n\geq 1\}$（　　）。

A. 有相同的数学期望

B. 服从同一离散型分布

C. 服从同一泊松分布

D. 服从同一连续型分布

【答案】C

【解析】根据辛钦大数定理，随机变量序列 $X_1,X_2\cdots X_n,\cdots$ 必须是独立同分布且数学期望存在，A 选项缺少同分布；B，D 选项数学期望不一定存在，故本题选 C。

29. 设随机变量序列 $X_1,X_2\cdots X_n,\cdots$ 相互独立，记 $Y_n=X_{2n}-X_{2n-1}(n\geq 1)$，根据大数定理，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i$ 依概率收敛到零，只要 $\{X_n,n\geq 1\}$ 满足（　　）。

A. 数学期望存在

B. 有相同的数学期望与方差

C. 服从同一离散型分布

D. 服从同一连续型分布

【答案】B

【解析】由于 X_n 相互独立，所以 Y_n 相互独立，A 选项缺少同分布，C，D 选项数学期望不一定存在，均排除，故本题选 B。

30. 已知随机变量 $X_n(n=1,2,\cdots)$ 相互独立且都在 $(-1,1)$ 上服从均匀分布，根据独立同分布中心极限定理有 $\lim_{n\to\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i\leq\sqrt{n}\right\}$ 为（结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示）（　　）。

A. $\Phi(0)$

B. $\Phi(1)$

C. $\Phi(\sqrt{3})$

D. $\Phi(2)$

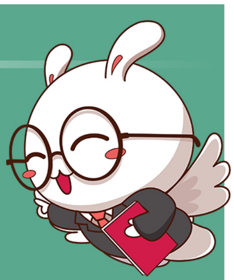
【答案】C

【解析】由题意知$\{X_n,n\geq 1\}$独立同分布，且$EX_n=0,DX_n=\frac{2^2}{12}=\frac{1}{3}$。根据中心极限定理，对任意$x\in R$有，

$$\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-E(\sum_{i=1}^{n}X_i)}{\sqrt{D(\sum_{i=1}^{n}X_i)}}\leq x\right\}=\lim_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{\sqrt{\frac{n}{3}}}\leq x\right\}=\lim_{n\to\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i\leq\sqrt{\frac{n}{3}}x\right\}=\Phi(x)$$

，取$x=\sqrt{3}$，有$\lim_{n\to\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{n}X_i\leq\sqrt{n}\right\}=\Phi(\sqrt{3})$，故本题选C。

华图教育全国分校地址及联系方式



北京华图
北京市海淀区花园路7号新时代大厦1层
联系电话：400-010-1568

陕西华图
陕西省西安市雁塔区西影路34号华图教育大厦
联系电话：400-078-6677

上海华图
上海市杨浦区翔殷路1088号凯迪金融大厦7楼
联系电话：021-33621401

安徽华图
安徽省合肥市蜀山区长江西路和西二环路交叉口
联系电话：0551-63635866

贵州华图
贵州省贵阳市花果园J区一栋国际商务港5号13楼
联系电话：0851-85829568

甘肃华图
甘肃省兰州市城关区皋兰路1号工贸大厦16层
联系电话：0931-8186071/8186072

重庆华图
重庆市渝北区嘉州·协信中心A栋10楼
联系电话：023-67518087/67518090

福建华图
福建省福州市鼓楼区五四路82号融都国际大厦2层
联系电话：0591-87618197

海南华图
海南省海口市琼山区龙昆南路97-1号乾坤华源大厦3楼（海南师范大学旁边）
联系电话：0898-66769773

山东华图
山东省济南市历下区经十路14380号海尔时代大厦
联系电话：0531-55777000

内蒙古华图
内蒙古呼和浩特市回民区新华西街明泽广场A座6层
联系电话：0471-3248222

湘西华图
湖南省张家界市凤湾路口梯湾2巷（紫舞大楼小院）
联系电话：0744-2899978
15674408765

云南华图
云南省昆明市五华区学府路178号华图教育
联系电话：087165521259

赤峰华图
内蒙古赤峰市红山区昭乌达路天王国际商务楼一楼门市华图教育
联系电话：0476-8808485
19847414110

桂林华图
广西省桂林市上海路18号民航大厦
联系电话：0773-5841422

吉林华图
吉林省长春市西安大路823号吉隆坡大酒店一楼
联系电话：0431-88408222

青岛华图
山东省青岛市市南区燕儿岛路8号凯悦中心3楼301室
联系电话：0532-85971558

湘中华图
湖南省邵阳市大祥区戴家坪翠园小区新9栋华图教育
联系电话：0739-2293111

湖北华图
湖北省武汉市洪山区珞瑜路419号清和广场5楼（武汉体院西门旁）
联系电话：027-87870401

广西华图
广西南宁市青秀区民族大道12号丽原天际6楼华图教育
联系电话：0771-2808922

西藏华图
西藏拉萨市新藏大对面300米处华图教育
联系电话：4000366665

河北华图
河北省石家庄市桥西区红旗大街88号广友大厦6层(十七中南区对面)
联系电话：0311-85335555

厦门华图
福建省厦门市思明区鹭江道100号财富中心3楼
联系电话：0592—5168871 / 5168872

齐齐哈尔华图
黑龙江省齐齐哈尔市铁锋区龙华路325号
联系电话：0452-6109090

山西华图
山西省太原市平阳路与亲贤街交叉口西南角金洋会馆6层华图教育
联系电话：400-0351-222

黑龙江华图
黑龙江省哈尔滨市南岗区西大直街406号
联系电话：0451-88882340/58933777

遵义华图
贵州省遵义市汇川区高桥汇川二路原遵义市委党校内三楼（凤凰路154号）
联系电话：0851-28820443

辽宁华图
辽宁省沈阳市沈河区青年大街114号市委旁边(地铁青年大街站B出口北行50米)
联系电话：400-024-1113

天津华图
天津市河东区六纬路与大直沽八号路交叉口万达中心31层
联系电话：022-27307496、
13102121621

新疆华图
新疆乌鲁木齐市沙依巴克区西北路887号鑫丰达大厦3层华图教育
联系电话：0991-4515459

江苏华图
江苏省南京市太平北路120-1号华图教育
联系电话：025-83694958

湖南华图
湖南省长沙市芙蓉区五一大道新华大厦四楼华图教育
联系电话：0731-89901259 85222299

南疆华图
新疆喀什吐曼路1号财富大厦511室华图教育
联系电话：020-62736939

浙江华图
浙江省杭州市上城区花园兜街175号智谷国际人才大厦10楼华图教育
联系电话：0571-89710880

陕南华图
山西省汉中市汉台区风景路与梁州路十字北华图教育
联系电话：0916-2230263

北疆华图
新疆伊宁市上海城成鑫商务写字楼四楼
联系电话：0999-8097780

四川华图
四川省成都市武侯区保利中心南塔19楼
联系电话：028-86755760

宁夏华图
宁夏银川市金凤区大世界商务广场A座18层
联系电话：0951-6027571/0951-6028571

广东华图
广东省广州市天河路518号地中海国际酒店9楼（酒店东大厅乘15/16号电梯）
联系电话：020-62736939

江西华图
江西省南昌市西湖区站前路105号一德大厦一楼华图教育
联系电话：0791-86627678

青海华图
青海省西宁市城中区西大街40号西门王府井A馆写字楼7楼
联系电话：0971-8253117

河南华图
河南省郑州市黄河路交卫生路向北三叉口东50米路北
联系电话：0371-87096515